

小学校算数科教育における立体図形理解のための モデル利用に関する一考察

荒 川 透

1. はじめに

小学校算数科の図形領域では、立体図形の認識と理解が目標の一つとして挙げられる。しかしながら、子どもたちが教室で使うメディアはほとんどが2次元メディアであり、そこに描かれた立体図形の認識には、実際の立体を手にし、様々な角度から眺める経験が必要不可欠である。本稿では、実際に立体を作るための教材に焦点をあて、市販されている教材や玩具、あるいは自作教材の例を挙げ、それらを算数の授業で利用する場合、どのようなメリット・デメリットがあるかを考察する。そしてそれらを基に、より優秀な教材を開発するための方向性を探っていきたい。

2. 小学校学習指導要領・算数科における立体図形の取り扱い

最初に、小学校学習指導要領¹における立体図形の取扱いについて考察する。小学校算数科では、第2～5学年で立体図形について学ぶ。現行および平成32年4月に施行される新学習指導要領での立体の取り扱いについて、現行・新学習指導要領の関連部分を抜粋する。

表1 現行学習指導要領での立体図形の取扱い

第2学年	C (1)	ものの形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする。 ウ 箱の形をしたものについて知ること。
第3学年	C (1)	図形についての観察や構成などの活動を通して、図形を構成する要素に着目し、図形について理解できるようにする。 ウ 円、球について知ること。また、それらの中心、半径、直径について知ること。
第4学年	C (2)	図形についての観察や構成などの活動を通して、立体図形について理解できるようにする。 ア 立方体、直方体について知ること。 イ 直方体に関連して、直線や平面の平行や垂直の関係について理解すること。
	C (3)	ものの位置の表し方について理解できるようにする。
第5学年	C (2)	図形についての観察や構成などの活動を通して、立体図形について理解できるようにする。 ア 角柱や円柱について知ること。

表2 新学習指導要領での立体図形の取扱い

第2学年	B(1)ア (ウ)	正方形や長方形の面で構成される箱の形をしたものについて理解し、それらを構成したり分解したりすること。
	B(1)イ (ア)	図形を構成する要素に着目し、構成の仕方を考えるとともに、身の回りのものの形を図形として捉えること。
第3学年	B(1)ア (ウ)	円について、中心、半径、直径を知ること。また、円に関連して、球についても直径などを知ること。
	B(1)イ (ア)	図形を構成する要素に着目し、構成の仕方を考えるとともに、図形の性質を見だし、身の回りのものの形を図形として捉えること。
第4学年	B(2)ア (ア)	立方体、直方体について知ること。
	B(2)ア (イ)	直方体に関連して、直線や平面の平行や垂直の関係について理解すること。
	B(2)ア (ウ)	見取図、展開図について知ること。
	B(2)イ (ア)	図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、立体図形の平面上での表現や構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに、日常の事象を図形の性質から捉え直すこと。
	B(3)ア (ア)	ものの位置の表し方について理解すること。
	B(3)イ (ア)	平面や空間における位置を決める要素に着目し、その位置を数を用いて表現する方法を考察すること。
第5学年	B(2)ア (ア)	基本的な角柱や円柱について知ること。
	B(2)イ (ア)	図形を構成する要素に着目し、図形の性質を見いだすとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直すこと。

現行および新学習指導要領が、各学年でそれぞれ何を目標にしているかを概観する。第2学年では、立体を把握する能力を養うために、身近にある「箱の形」をしたものを取り上げ、箱がどのような面で構成されているか、具体的な箱を使って考えさせる。第3学年では、現行、新学習指導要領ともに、平面図形の「円」と対比して立体図形の「球」を取り扱っている。第4学年では、現行、新学習指導要領ともに、「立方体」、「直方体」を詳しく調べ、頂点や辺、面の相対的位置関係に理解させることを目標としている。さらに、点や線などの位置をどのように表すかについても理解させる。特に新学習指導要領では、位置を数値化して表現することにも言及している。第5学年では、第4学年で学んだ立方体、直方体を発展させ、角柱、円柱を理解することを目標としている。ピアジェの認知発達理論によれば、第2学年から第5学年は、4段階ある発達段階のうちの第3段階である「具体的操作的知能の段階」にあたり、前の段階で獲得した表象的思考に加えて、論理的操作が可能になる²。しかしながら、第2学年頃ではまだ完全な論理操作は難しい。そのため、より具体的な「箱」を扱い、立体が持つ種々の属性を体感的に習得させる狙いが学習指導要領にあると考えられる。第3学年で「球」、第4学年で「立方体、直方体」と、かたちを理解するためにより論理的操作

が必要となる立体を取り扱っている。前者では直線、平面に替わって曲線、曲面が現れる。後者では隣り合う2つの面が直交するという、面と面の関係について理解する必要がある。さらに、頂点や辺、面の位置や長さ、角度を数値化することにより、図形を単にイメージとして捉えるのではなく、より抽象性の高い「数」を用いて表現することについても学んでいく。第5学年では、角柱、円柱を同じ柱体としてみなすなど、面のかたちが異なる場合でも同じカテゴリーに分類する、より高い論理性が求められている。このような発達過程に合った教材を選ぶ必要があり、初学者ではいろいろな種類の実物の立体を繰り返し手に取り、認識していく必要があると考える。

3. 奥行き情報の欠落と補填

教室で子どもたちが学習のために利用しているものは、黒板、教科書、ノートなど、いずれも2次元のメディアである。立体図形のように、本来3次元表現が必要な図形を2次元メディアで表現する場合、どうしても情報の一部、すなわち「奥行き情報」が欠落してしまう。一方、学習者は2次元メディアに書かれたものを見て、立体を想起するにあたっては、その失われた奥行き情報を補填しなければならない。奥行き情報補填のために利用される手がかりの一つが「絵画の手がかり」³である。絵画の手がかりとしては、「陰影」や「遮蔽」などがある。図形に陰や影を付けることで、奥行き情報を付加することができる⁴。

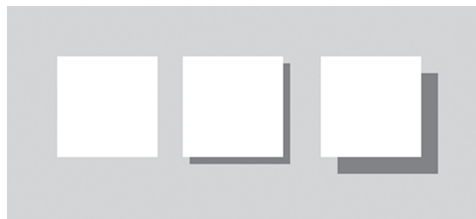


図1 影による奥行き情報^{注1}

図1では、左端の四角形が紙面に張り付いているのに対して、中央と右端の四角形は紙面から浮き上がって見える。その2個の四角形を比較すると、右端の四角形は中央の四角形に比べてより高い位置にあるように見える。このように図形の陰や影が奥行き情報を担うこととなる。手前にある物体は、奥にある物体を遮蔽することを利用し、奥行きを表すこともできる⁵。また遠近法を使って奥行きを表す場合もある⁶。「ネッカーの立方体」は、奥行き情報の欠落によって生まれる錯視図形である(図2)。右上から見下ろした立方体と左下から見上げた立方体の2通りに見える。奥にある面を遮蔽することにより右上から見下ろした立方体が優位になる(図3)。

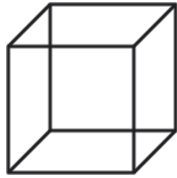


図2 ネッカーの立方体^{注1}

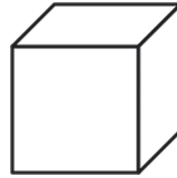


図3^{注1}

奥行き情報を補填する働きをする「陰や影」は、場合によっては錯視を生み出すことがある。光源は通常上にあり、照明は上から照されていることが多い。その経験が、光源の反対側に影を生ずるとの思い込みから、図4の右2個は手前に飛び出し、左の2個は凹んでいるように見える。上に光源があれば、手間に飛び出しているものの下側に影ができ、逆に凹んでいるものの上側に影が生ずる。陰影に関する経験を通して、奥行き情報を利用しているのでそのような見え方をするわけである。全く同じ図形の上下を入れ替えると（図5）、陰影の付き方が逆転するので、図5の右2個は凹み、左2個が手前に飛び出しているように見える。これをクレーター錯視という^{7, 8}。

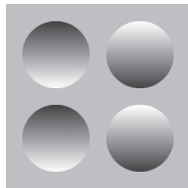


図4 クレーター錯視^{注1}

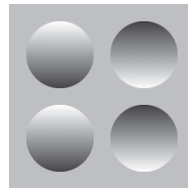


図5 図4の上下を反転^{注1}

このように、「陰影」や「遮蔽」などを手がかりとして奥行き情報を得るためには、見る人の経験に反しない図形を描いておく必要がある。

これまで述べたように、2次元メディアに描かれた立体を3次元的に捉えるためには、見る人の経験に依るところが大きい。小学生の場合、低学年から高学年へと成長していくにつれて、立体を見る経験は増えていく。単に経験の回数だけでなく、立体の種類やそれをどのように見るか、その見え方の種類も増えていくであろう。それらの経験から2次元メディアに描かれた図から3次元イメージを想起する技能を獲得するに違いない。しかしながら、生活の中だけでは系統的な経験を得ることはできないし、また発達過程に合わせた経験をすることもできない。したがって教育現場において、様々な立体を実際に手に取り、いろいろな角度から眺める、そのような経験を子どもたちにさせる必要がある。その際、系統的で発達過程に即した教材を使った適切な指導が重要である。

4. 立体図形理解のための模型の利用

子どもたちが実際に立体を手にし、それを詳しく調べるためには、適切な立体図形の模型が必要である。いろいろな立体図形を扱うことを考慮すると、パーツを組み立てて立体を構成する模型が相応しい。そのような模型に必要な条件について考察する。

①組み立て・分解が容易であること

立体を把握するためには、何度も組み立て、分解の作業が必要である。そのために、パーツの組み立て・分解が容易であることが必要である。

②組み立てた後、十分な強度があること

立体の把握には、組み立て後、いろいろな角度から眺めることが重要である。組みあがった立体が簡単にバラバラになるようでは困るので、十分な強度が必要となる。特に低学年の場合、強度は重要な要素である。一方で強固に固定されると、分解が容易でなくなるので、条件①とのバランスが求められる。

③比較的安価であること

児童それぞれが立体を作れるほうが良いので、教室に十分な数のパーツを揃えることが必要である。パーツなどが高価であると、十分な数のパーツを揃えられないので、比較的安価であることが求められる。そのために自作できることが望ましく、子どもたちでも製作できる、材料、構造などが求められる。

④組み立てた立体の、頂点・辺・面の互いの位置関係がよくわかること

学習指導要領に、「図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、立体図形の平面上での表現や構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに、日常の事象を図形の性質から捉え直すこと。」とあるように、頂点・辺・面の互いの位置関係が把握できるような構造が必要である。

⑤展開図の形がつかみやすい

組み立てる際や、分解の過程で展開図の形が認識できることが必要である。

市販のいくつかの知育玩具や、自作の模型について、各パーツが立体のどのような構成要素（頂点、辺、面）に相当するか、またその特徴について述べる。また各模型について、メリッ

ト、デメリットについて考察する。

A. Geomag^{注2}

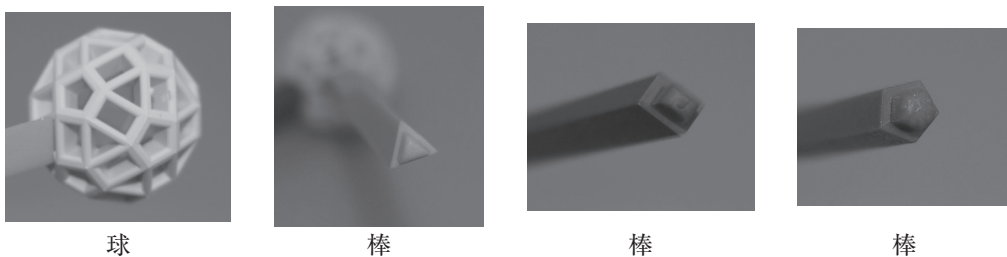
スチール製の球（頂点に相当）と磁石が入った棒（辺に相当）をつなげることで立体を構成する。球と棒が磁石でつながるので、2本の棒間の角度（辺と辺の間の角度に相当）を自由に変化できる。逆に固定できないので、面の形が四角形以上の場合、安定しない。例えば立方体を構成しても、自重でゆがんで立方体の形を維持できない。磁力でつなぎ合わせるので、組立・分解は容易である。また頂点・辺・面の位置関係は分かりやすい。曲面を含む立体を組み立てることはできない。

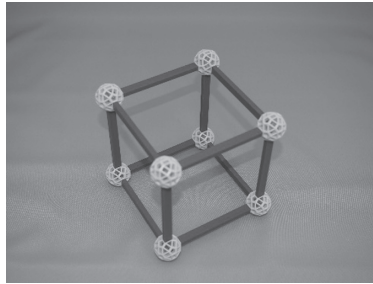


図6 Geomagによる構成例^{注3}

B. zometool^{注2}

たくさんの穴が開いた樹脂製の球（頂点）と樹脂製の棒（辺）をつなげることで立体を構成する。球と棒がしっかりと固定されるので四角形以上の面があってもゆがまない。球にたくさんの穴が開いているので、辺と辺の間の角度にいろいろな角度を取ることができる。しかしながら、自由に選択することはできないので、構成できる多面体に制限がある。立体の組立・分解は容易であり、また頂点・辺・面の位置関係は分かりやすい。棒は柔らかい素材でできているので、ある程度の曲面は表現できる。



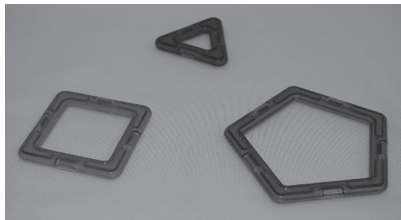


立方体を構成

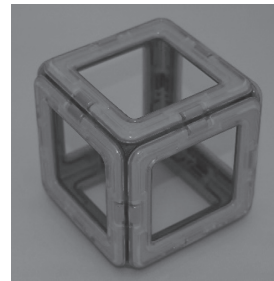
図7 zometoolによる構成例^{注3}

C. マグフォーマー^{注2}

樹脂製の正三角形，正方形，正五角形などの板（面に相当）を組み合わせて立体を構成する。各面の辺の部分に自由に回転する磁石が入っていて，その部分がつながって立体となる。面の種類が限られているので，あらゆる多面体を構成できるわけではない。一方，面の中央が抜けているので，頂点，辺，面の互いの位置関係を調べるのに都合が良い。面と面を磁力でつなげているので，組立・分解が容易であり，展開図の形をつかみやすいメリットがある。



正三角形，正方形，正五角形



立方体を構成

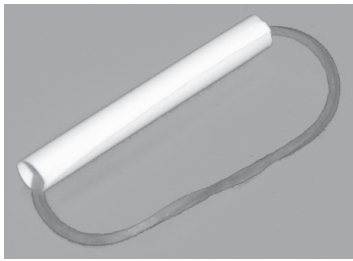
図8 マグフォーマーによる構成例^{注3}

D. その他

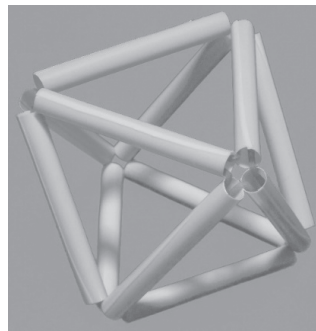
他にも種々の教材や模型が市販されている。特に「ポリドロン」（東京書籍）は，算数教材としても開発された経緯があるため，教育現場において多くの実践例がある。その一例を参考文献として挙げる⁹。ポリドロンはマグフォーマーと同じように，樹脂製の多角形の辺同士をつなぎ合わせて立体を構成する。多角形が面に相当する。したがって，マグフォーマーとほぼ同じメリットとデメリットを持っている。マグフォーマーの磁力とは異なり，多角形と多角形は互いにはめ込む形でつなぎ合わせる。そのため立体を構成後，十分な強度を持っている。

E. ストローを利用する

ストローを適当な長さに切り、それを輪ゴムやゴムひも、ひも¹⁰、モール¹¹などでつないで立体を構成する。ストローが立体の辺に相当する。輪ゴムでストローをつなげ、正八面体を構成した例を図9に示す。100円ショップで材料を購入することで、かなり安価に準備することができる。組み立て、分解が面倒であり、特に組み立ての際にある程度の熟練を必要とする。四角形以上の面を含む立体の場合、ゴムやひもでストローをつなぐと立体全体の形が不安定になる。辺に相当するストローは柔らかい素材であるので、ある程度の曲面を表現できる。立体の内部まで見ることができるので、頂点、辺、面の互いの位置関係を調べるのに都合が良い。



切れ目を入れたストローに輪ゴムを通す



正八面体を構成

図9 ストローと輪ゴムによる構成例^{注3}

F. 厚紙を利用する

厚紙で面を作り、それをセロハンテープやマスキングテープなどでつないで立体を構成する。面を自作するので、あらゆる多面体を構成することが可能である。面の接続にマスキングテープを使うと、テープの張り替えなどが容易であり、特に展開図の学習に有効である。いろいろな多面体を作るには多くの面を用意する必要があり、準備に時間や手間がかかる。加工が容易であるので、子どもたちに準備を手伝ってもらうことで、準備時間の短縮を図ることができる。面の中央部分を切り抜くことで、頂点、辺、面の互いの位置関係を把握することができる。

G. 粘土などで立体を作る

H. 3Dプリンタを使う

3Dプリンタを使い、目的の立体を作る。近年3Dプリンタの価格が下がってきたので、容易に利用が可能になった。しかしながら完成（印刷）に時間が必要であり、まだまだラン

ニングコストも高い。作成の自由度が高いため、模型が作りにくい図形でその威力が発揮される。

I. コンピュータのディスプレイ上に立体を表示する

コンピュータディスプレイ上への表示であっても、図形を自由に動かすことで、立体図形の把握が可能となる。3DCG, 3D-CAD などの知識が必要である。three.js, OpenGL など 3DCG のためのライブラリを使えばいろいろなプラットフォームで表示が可能である。

5. まとめ

立体図形の把握と理解のためには、模型の使用が欠かせない。市販の知育玩具や自作の模型の構造やパーツの種類によって、いろいろなメリット・デメリットがあることを示した。算数教材として利用するためには、以下の条件が必要である。

- ①組み立て・分解が容易であること
- ②組み立てた後、十分な強度があること
- ③比較的安価であること
- ④組み立てた立体の、頂点・辺・面の互いの位置関係がよくわかること
- ⑤展開図の形がつかみやすい

これらを考慮すると、面をつないで立体を作るタイプに大きな有用性があると考えられる。しかしながら市販のものは比較的高価なので、自作できることが望ましい。組立・分解を容易にするために、面のつなぎ方を工夫する必要がある。今回の考察を基に、今後、より有効で学習に効果的な模型の設計を行いたいと考えている。

参考文献および注釈

1 現行学習指導要領

URL : http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/youryou/syo/san.htm

取得年月日 : 2018 年 10 月 31 日

新学習指導要領

URL : http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afieldfile/2018/09/05/1384661_4_3_2.pdf

取得年月日 : 2018 年 10 月 31 日

- 2 森正義彦編著 (2005 年) 『理論からの心理学入門』培風館, 105 ページ (田島信元執筆)
- 3 塩入論編 (2007 年) 『講座 感覚・知覚の科学 2 視覚Ⅱ 視覚系の中期・高次機能』朝倉書店, 67 ページ (金子寛彦執筆)
- 4 同上、68 ページ
- 5 同上、77 ページ
- 6 同上、72 ページ
- 7 北岡明佳著 (2010 年) 『錯視入門』朝倉書店, 150 ページ
- 8 後藤倬男・田中平八編 (2005 年) 『錯視の科学ハンドブック』東京大学出版会, 79 ページ
- 9 原田龍宜 (2015 年) 「玩具を用いた立体教育」『就実論集』第 45 号, 287 ページ
- 10 おおくぼともこ著 (2007 年) 『ヒンメリ フィンランドの伝統装飾』プチグラフィック
- 11 日本数学検定協会著 (2018 年) 『ストローとモールでつくる幾何学オブジェ 100 均グッズで学ぶ多面体』日本数学検定協会

注 1 筆者作図

注 2 知育玩具についての情報

	メーカー名	開発年	対象年齢
Geomag	Geomagworld SA (スイス)	1998 年	6 歳以上
zometool	ZOMETOOL (USA)	1995 年	6 歳以上
マグフォーマー	MAGFORMERS (USA)	2005 年	3 歳以上

注 3 筆者撮影